CAPITOLO 21 – CARICA ELETTRICA (1) TEORIA

I corpi carichi esercitano forze l'uno sull'altro

Cariche dello stesso segno si respingono, cariche di segno opposto si attraggono

Si possono classificare le sostanze secondo la facilità che hanno le cariche di muoversi attraverso di esse:

- **conduttori**: sostanze attraverso cui le cariche si muovono abbastanza liberamente
- **non conduttori (isolanti)**: sostanze in cui le cariche non possono muoversi liberamente
- **semiconduttori**: sostanze di comportamento intermedio tra conduttori e isolanti
- **superconduttori**: sostanze perfettamente conduttrici.

Le cariche in eccesso possedute da un corpo possono essere eliminate tramite la conduzione

elettroni mobili = elettroni di conduzione

LEGGE DI COULOMB → FORZA ELETTROSTATICA

$$F = K \cdot \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

agisce lungo la congiungente delle 2 cariche

$K = 8{,}99 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$ costante elettrostatica

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ C^2/(N \cdot m^2)$ costante dielettrica del vuoto

CARICA ELETTRICA = caratteristica intrinseca delle particelle fondamentali che costituiscono la materia

La forza elettrostatica può essere attrattiva o repulsiva in base alla concordanza o discordanza delle 2 cariche tra le quali agisce la forza.

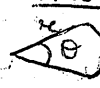
Principio di sovrapposizione: $F_{1,ris} = F_{12} + F_{13} + F_{14} + \dots + F_{1n}$

- Un guscio sferico di carica uniforme attrae o respinge una particella carica fuori dal guscio stesso come se tutte le cariche del guscio sferico fossero concentrate nel suo centro
- Un guscio sferico di carica uniforme non esercita alcuna forza elettrostatica su una particella carica posta entro il guscio stesso

CONDUTTORE SFERICO: se si pongono degli elettroni in eccesso su un guscio sferico metallico, questi elettroni si respingono l'un l'altro distribuendosi uniformemente sulla superficie libera.

Carica quantizzata → $q = n \cdot e$ $\quad e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$

Ricorda:



$s = r \cdot \theta$

CAPITOLO 22 – CAMPI ELETTRICI

CAMPO ELETTRICO = campo vettoriale

$$E = \frac{F}{q_0} \quad [N/C]$$

q_0 = carica di prova o carica esploratrice

F = forza elettrostatica

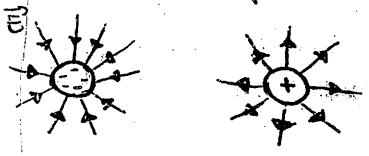
La direzione e il verso di E sono quelli della forza F che agisce sulla carica positiva di prova

Se la carica è negativa il verso è opposto.

Il campo elettrico esiste indipendentemente dalla carica esploratrice.

I campi elettrici possono essere visualizzati tramite **LINEE DI FORZA (di campo)**

Es.



- in ogni punto indica la direzione di E in quel punto
- il n° di linee che attraversano una superficie di area unitaria normale ad esse è proporzionale all'intensità di E.
- escono dalle cariche positive ed entrano in quelle negative

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME (q)

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|q||q_0|}{r^2} \rightarrow E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|q|}{r^2}$$

Campo elettrico netto o risultante generato da più di una carica puntiforme

↓

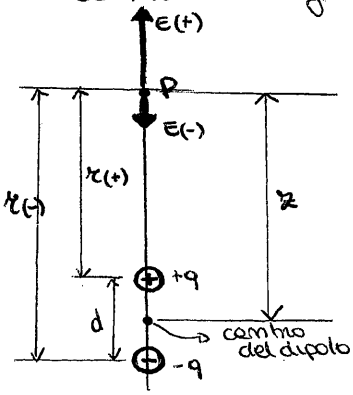
PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

$$F_0 = F_{01} + F_{02} + F_{03} + \dots + F_{0N} \rightarrow E = \frac{F_0}{q_0} = \frac{F_{01}}{q_0} + \frac{F_{02}}{q_0} + \dots + \frac{F_{0N}}{q_0} = E_1 + E_2 + E_3 \dots + E_n$$

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UN DIPOLO ELETTRICO

Troviamo il campo elettrico prodotto dal dipolo nel punto P, ad una distanza z dal punto centrale del segmento congiungente le 2 cariche, chiamato ASSE DEL DIPOLO.

→ composto da 2 particelle con cariche di uguale intensità q ma di segno opposto, poste ad una distanza d.



$$E = E(+) - E(-) = k\cdot\frac{q}{r_{(+)}^2} - k\cdot\frac{q}{r_{(-)}^2} = k\cdot q\cdot\left(\frac{1}{(z-d/2)^2} - \frac{1}{(z+d/2)^2}\right)$$

$$= \frac{k\cdot q}{z^2}\left[\frac{1}{\left(1-\frac{d}{2z}\right)^2} - \frac{1}{\left(1+\frac{d}{2z}\right)^2}\right] = \frac{kq}{z^2}\left[\left(1-\frac{d}{2z}\right)^{-2} - \left(1+\frac{d}{2z}\right)^{-2}\right]$$

sviluppo binomiale: $\left[\left(1+\frac{2d}{2z(1!)}+\dots\right) - \left(1-\frac{2d}{2z(1!)}\right)\right]$

$$= \frac{kq}{z^2}\left[\left(1+\frac{d}{z}+\dots\right) - \left(1-\frac{d}{z}+\dots\right)\right] \rightarrow \text{per } z \gg d \text{ e cioè } \frac{d}{z} \ll 1$$

ottengo: $E = \frac{k\cdot q}{z^2}\cdot\left(\frac{2d}{z}\right) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{d}{z^3} = P$

$$\boxed{P = qd}$$

momento di dipolo elettrico

Ha direzione che va dalla carica ⊖ a quella ⊕

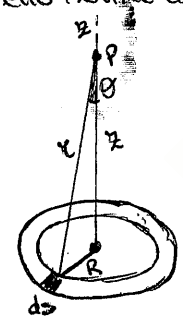
$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{P}{z^3}$$

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA CARICA LINEARE

Quando si parla di distribuzioni di carica continue è più conveniente esprimere la carica di un oggetto come una **densità di carica** piuttosto che come una carica totale.

Carica lineare → densità di carica lineare λ [C/m]

Anello sottile di raggio R caricato uniformemente con densità di carica lineare λ.



$$dE = k\cdot\frac{dq}{r^2} = k\cdot\frac{\lambda\,ds}{r^2} = k\cdot\frac{\lambda\,ds}{(z^2+R^2)}$$

$$\boxed{dq = \lambda\cdot ds}$$

Quindi consideriamo solo la componente parallela di dE:

$$dE\cdot\cos\theta = k\cdot\frac{\lambda\,ds}{(z^2+R^2)}\cdot\cos\theta$$

$$= k\cdot\frac{z\lambda\,ds}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

La somma delle componenti $dE_\perp$ è nulla poiché per ogni componente ⊥ che ha una certa direzione, esiste una componente che ha la medesima direzione ma verso opposto.

$$\boxed{\cos\theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(R^2+z^2)^{1/2}}}$$

Per sommare tutte le componenti // di dE, integriamo sulla circonferenza dell'anello.

$$E = \int dE\cos\theta = \int_0^{2\pi R}\frac{kz\lambda}{(z^2+R^2)^{3/2}}\cdot ds = \frac{kz\lambda}{(z^2+R^2)^{3/2}}\cdot\int_0^{2\pi R} ds = \frac{kz\lambda}{(z^2+R^2)^{3/2}}\cdot 2\pi R = q$$

$$E = k\cdot\frac{qz}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$ ANELLO CARICO

Per un punto sull'asse centrale molto lontano, tale che: $z \gg R$

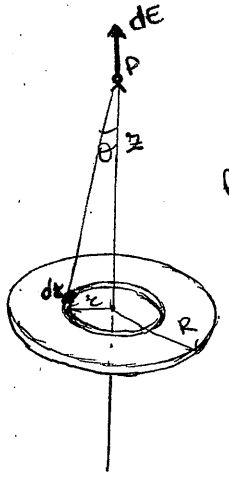
$$E = k\cdot\frac{qz}{z^3} = k\cdot\frac{q}{z^2}$$ ANELLO CARICO A GRANDE DISTANZA → A distanze sufficientemente grandi, l'anello appare come una carica puntiforme

Al centro dell'anello ($z=0$) → $E=0$

La F net sarebbe nulla: la F prodotta da qualsiasi elemento dell'anello sarebbe compensata dalla F prodotta dall'elemento opposto dell'anello

RICORDA: ricercare sempre eventuali casi di simmetria. Se P punto P è su un'asse di simmetria della distribuz. di carica si scompongo il campo dE prodotto da dq in componenti ⊥ e // all'asse di simmetria.

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UN DISCO CARICO



Disco di plastica di raggio R, nella cui faccia superiore è distribuita uniformemente la carica con densità σ (densità superficiale)

Carica superficiale → densità di carica superficiale σ $[C/m^2]$

Anello di raggio r e spessore radiale dr. $\quad dq = \sigma dA = \sigma(2\pi r)dr$

$$dE = k\cdot\frac{dq}{dz} = k\cdot\frac{dq}{\sqrt{z^2+r^2}} = \frac{k\,\sigma\cdot 2\pi r\,dr}{\sqrt{z^2+r^2}} \qquad \cos\theta = \frac{z}{\sqrt{z^2+r^2}}$$

$$dE_{//} = dE\cos\theta = \frac{k\cdot z\cdot\sigma\cdot 2\pi r}{(z^2+r^2)^{3/2}}\,dr = $$

$$= \frac{1}{2\cancel{4\pi}\varepsilon_0}\cdot\frac{z\cdot\sigma\cdot\cancel{2\pi}r}{(z^2+r^2)^{3/2}}\,dr = \frac{z\sigma}{4\varepsilon_0}\cdot\frac{2r\,dr}{(z^2+r^2)^{3/2}}$$

$$E = \int dE = \frac{\sigma z}{4\varepsilon_0}\int_0^R 2r\,(z^2+r^2)^{-3/2}\,dr = \frac{\sigma z}{4\varepsilon_0}\left[\frac{(z^2+r^2)^{-\frac{1}{2}}}{-1/2}\right]_0^R = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{z^2+R^2}}\right]$$

se la differenza tra Rest e Rint è trascurabile; altrimenti si integra da Rint a Rest (anziché da 0 ad R)

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right]$$

z = distanza sull'asse del disco da cui è calcolato E
R = raggio disco

Piano infinito → $R\to\infty$ → $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ → $\vec{E}$ generato da una distribuzione di carica uniforme su un piano infinito.

CARICA PUNTIFORME IN UN CAMPO ELETTRICO

Forza elettrostatica che agisce su una particella carica in un campo elettrico esterno:

$\boxed{F = qE}$ → ha lo stesso orientamento di E se q è positiva
ha orientamento opposto a E se q è negativa.

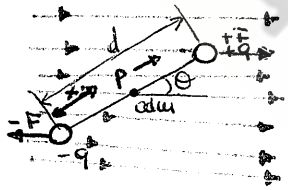
DIPOLO IN UN CAMPO ELETTRICO

MOMENTO DI UN DIPOLO (p) → vettore diretto lungo l'asse di dipolo, nel verso che va dalla carica negativa a quella positiva $\ominus \to \oplus$

Quando un dipolo elettrico, il cui momento di dipolo è p, si trova in un campo elettrico E, il campo esercita un momento torcente τ sul dipolo stesso:

$\boxed{\tau = p \times E = pE\sin\theta}$ momento torcente su un dipolo

Dimostrazione:



$$\tau = F\cdot r\cdot\sin\theta$$

$$\tau_{net} = F\cdot x\cdot\sin\theta + F\cdot(d-x)\sin\theta$$
$$= F\,d\sin\theta \qquad \boxed{p = qd}$$
$$\tau = (qE)\left(\frac{p}{q}\right)\cdot\sin\theta = pE\sin\theta$$

Le forze elettrostatiche F e $-F$ agiscono in direzioni opposte ma con la stessa intensità (qE)
Campo uniforme ⇒ $F_{net} = 0$

Queste forze però esercitano sul dipolo un MOMENTO TORCENTE (τ) rispetto al centro di massa

posto lungo il segmento che unisce le estremità cariche, a distanza x da un'estremità, e $d-x$ dall'altra.

Un dipolo elettrico ha un' ENERGIA POTENZIALE (U) associata all'orientamento del campo.

$$U = -p\cdot E = -pE\cos\theta \quad \text{(prodotto scalare)}$$

$U_{min} \Leftrightarrow \theta = 0$ (p e E // e concordi)
$U_{max} \Leftrightarrow \theta = 180°$ (p e E // e discordi)

Lavoro svolto da E sul dipolo:

$$L = -\Delta U = -(U_f - U_i) = U_i - U_f$$

Lavoro svolto dal momento torcente applicato

$$L_{\vec{\tau}} = -L = U_f - U_i$$

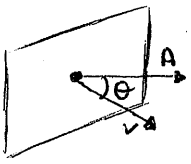
opposto del lavoro svolto sul dipolo da E.

CAPITOLO 23 - LEGGE DI GAUSS

FLUSSO: • flusso volumico (portata volumica) = volume d'area transitato nell'unità di t

$\Phi = V \cdot A = V \cdot A \cos\theta$ → angolo compreso tra v e A

vettore areale A, il cui modulo è uguale ad un'area e la direzione è normale (⊥) al piano dell'area



Φ → max se v è ⊥ al piano
min se v è // al piano

master COPY COPISTERIA

FLUSSO DEL CAMPO ELETTRICO

Si consideri una superficie gaussiana arbitraria (superficie chiusa, anche asimmetrica) immersa in un campo elettrico disuniforme. Si divida la superficie in quadratini di area ΔA, ognuno dei quali è sufficientemente piccolo da potere essere considerato piano.
La direzione di ΔA è sempre ⊥ alla superficie ed uscente da essa

$\Phi = \sum E \cdot dA$

- se E è entrante → flusso negativo
- se E è uscente → flusso positivo
- se E è // → flusso nullo.

facendo tendere a ∞ l'area dei quadratini:

$\Phi = \oint E \cdot dA$ [N·m²/C]

superficie su cui è calcolato l'integrale è una superficie chiusa.

flusso elettrico attraverso una superficie gaussiana

> Il flusso elettrico Φ attraverso una superficie gaussiana è proporzionale al n° di linee di campo elettrico passanti attraverso la superficie

LEGGE DI GAUSS

$\Phi = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \longrightarrow \oint E \cdot dA = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$

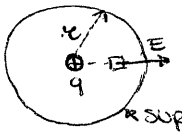
q_{int} = carica netta racchiusa all'interno della superficie gaussiana

• Equazioni valide solo se la carica si trova nel vuoto o in aria.

- Se q_{int} è positiva → flusso netto POSITIVO → campo elettrico USCENTE
- Se q_{int} è negativa → flusso netto NEGATIVO → campo elettrico ENTRANTE

• UNA CARICA ESTERNA ALLA SUPERFICIE NON INFLUISCE IN ALCUN MODO SU q_{int}
• $\vec{E}$ prodotto da una carica esterna alla superficie non altera il flusso netto attraverso la superficie, xk delle linee di forza prodotte da quella carica tante ne penetrano nella superficie, quante ne escono.

LEGGE DI GAUSS e LEGGE DI COULOMB → equivalenti → si può ricavare 1 dall'altra



superficie gaussiana concentrica di raggio r

immaginiamo di dividere tale superficie in aree differenziali: dA.
- il vettore dell'area dA è ⊥ in ogni punto alla superficie ed è orientato dall'interno verso l'esterno.

SIMMETRIA = il campo elettrico E è, in ogni punto, ⊥ alla superficie e orientato dall'interno vs l'esterno. ed inoltre ha la stessa intensità in ogni punto

↓

quindi l'angolo θ compreso tra E e dA è nullo → $\cos\theta = 1$

→ $\oint E dA = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$ → $\boxed{q_{int} = q}$ carica racchiusa all'interno della superficie

$\boxed{A = 4\pi r^2}$ superficie sfera

$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \longrightarrow \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}}$ → esattamente uguale al campo elettrico prodotto da 1 carica puntiforme trovato dalla legge di Coulomb

Bisogna scegliere e considerare la superficie gaussiana con forma migliore → dipende da considerazioni di simmetria.

CONDUTTORE CARICO ISOLATO

- Una carica fornita ad un conduttore isolato si dispone totalmente sulla superficie esterna del conduttore. Non ci sono cariche all'interno del conduttore.

CONDUTTORE IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO

Dimostrazione che $\vec{E}_{int} = \emptyset$

Per assurdo impongo che la tesi non sia vera: $E_{int} \neq 0$. Se ci fosse un campo elettrico, gli elettroni (di conduzione) sarebbero soggetti ad una forza $F_e = qE$ (con valore opposto ad E) e si produrrebbero CORRENTI all'interno del conduttore.

Ma se il conduttore è all'equilibrio non può esserci movimento ⟹ quindi la tesi non può essere negata → $E_{int} = 0$

Ovviamente non ci sono tali correnti all'interno di 1 conduttore isolato.

- Un campo elettrico appare solo nel momento in cui il conduttore viene caricato.

La q in eccesso si distribuisce velocemente in modo che E_{int} diventi nullo, così il movimento della carica cessa. (F_{net} su ogni carica = 0) → le cariche sono in equilibrio elettrostatico

Se $E_{int} = 0 \Longrightarrow$ **$E = 0$ anche sulla superficie gaussiana → $\Phi_S = 0$** attraverso la superficie gaussiana

Per la legge di Gauss allora, la q_{net} contenuta nella superficie gaussiana deve essere nulla. Se la q in eccesso non si può trasferire all'interno della superficie gaussiana, essa può soltanto **distribuirsi** al di fuori di essa → **sulla superficie del conduttore.**

CONDUTTORE ISOLATO CONTENENTE 1 CAVITÀ

L'asportazione di materiale neutro, operata x produrre la cavità, non fa variare la distribuzione di carica o il campo E.

- Tracciare la superficie che racchiude la cavità (superficie gaussiana)

$E_{int} = 0 \Longrightarrow \Phi = 0$ (attraverso la superficie gaussiana) → la superficie gaussiana non può racchiudere una q_{net}

Quindi non può esserci una q in eccesso distribuita sulla parete della cavità.

⟹ **la carica rimane completamente sulla superficie esterna del conduttore**

CONDUTTORE RIGIDO

Supponiamo di poter "congelare" le cariche in eccesso sulla superficie del conduttore e rimuovere poi il conduttore. (si allarga la cavità affinché comprenda l'intero conduttore)

La disposizione del campo elettrico (E) non cambierebbe x i punti esterni

→ il campo elettrico è generato dalle cariche e non dal conduttore. Il conduttore è solo il mezzo nel quale le cariche possono muoversi

CAMPO ELETTRICO ESTERNO

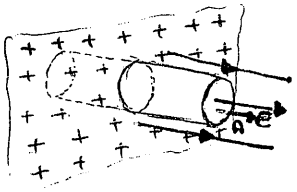
Quando la carica in eccesso in un conduttore isolato si trasferisce sulla sua superficie, tranne nei conduttori sferici, generalmente la carica non si distribuisce uniformemente sulla superficie, quindi la densità di carica superficiale σ varia da punto a punto sulla superficie del conduttore.

↓

difficile determinare il campo elettrico generato dalle cariche superficiale.

- Si può determinare il campo elettrico al di fuori della superficie di un conduttore, con la LEGGE DI GAUSS.

All'interno di un conduttore all'equilibrio (isolato), la SUPERFICIE È EQUIPOTENZIALE (tutti i punti hanno lo stesso potenziale xk $E_{int} = 0$). Poiché il campo E è ⊥ alle superfici equipotenziali, E è ⊥ alla superficie del conduttore.



Considero un cilindro (superficie gaussiana) ⊥ alla superficie del conduttore. Anche il campo elettrico E, sulla superficie del conduttore, è appena al di fuori di essa, è ⊥ alla superficie

La sezione della superficie del cilindro è abbastanza piccola x trascurare la curvatura e da considerare piana.